

講義内容について。今回は先般、NHKの企画で行ったアメリカMITのウォルター・ルーウイン教授による実験物理学（1回～8回）の映像を中心に、その解説、演習問題等を行います

※マサチューセッツ工科大学 Massachusetts Institute of Technology (MIT) 1861年創立

ボストン郊外ケンブリッジ（ハーバード大も）

講師 物理学名誉教授 ウォルター・ルーウイン (Walter H. G. Lewin) 「MIT白熱教室」

第1回ガリレオは本当に正しいのか（1時間）

前半 重力 解説・演習

後半 エネルギー保存の法則 解説・演習

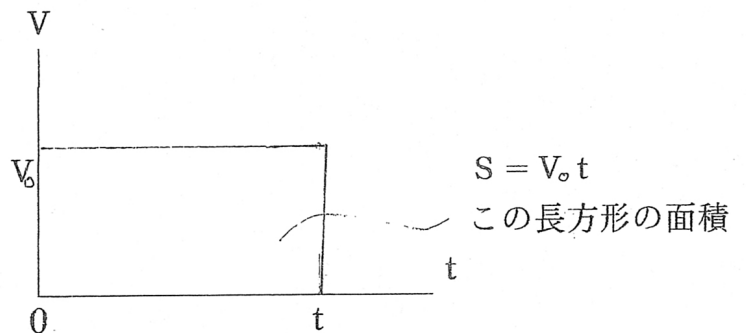
1. 重さの異なるものの落下速度が何故同じなのか、同時に落ちるのか。

2. 速度と加速度と動く距離について

速度  $V$  m/s ..... 台風などで風速何mという何がV

等速度  $V = V_0$  m/s ..... 時間がたっても速度が不変

移動距離 (t s後の)  $S = V t$  (m)

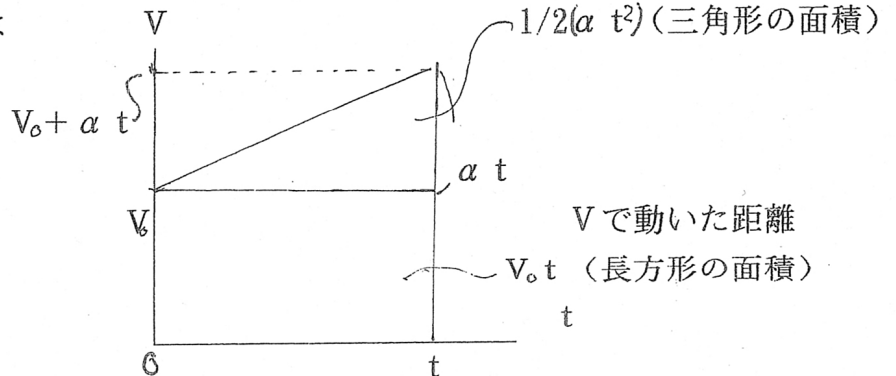


加速度  $a$  m/s ..... 1 s毎に  $a$  m/s速く(または遅く)なる。

t s後の速度Vは

$$V = (V_0 + a t) \text{ m/s}$$

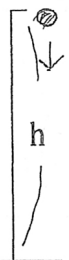
この場合の移動距離  $S$  mは



初速度  $V_0$ 、加速度  $a$  での t s後の移動距離  $S$  は

$$S = V_0 t + 1/2 a t^2 \quad (\text{台形の面積}) \dots\dots\dots(1)$$

地球上での自由落下(初速度  $V = 0$ 、加速度  $\alpha = g = 9.8(\text{m/s}^2)$ )



(1)で  $V_0 = 0$ 、 $\alpha = g$ 、 $S = h$  とすれば

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad , \quad t \text{ について解けば } t = \sqrt{2h/g}$$

演習1 月での落下時間は地球の何倍か(月の重力  $1/6 g$ )

解答

地球での落下時間  $t_1$   
 月での落下時間  $t_2$

$$t_1 = \sqrt{2h/g}$$

$$t_2 = \sqrt{2h/(g/6)}$$

$$t/t_1 = \frac{\sqrt{2h/(g/6)}}{\sqrt{2h/g}}$$

$$= \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3} = 1.41 \times 1.73$$

$$= 2.4 \text{ (倍)}$$

### 3. 力と加速度

ニュートンの運動の法則

第一法則(慣性の法則)

物体は新しい力を加えない限り最初の速度を続ける。

1972年に打ち上げたパイオニア2号、1977年のボイジャー1号(木星、土星の観測)2号(木、土、天王、冥王星の観測)既に観測は終わっても遮るもの(力)が無いわけだから、慣性の法則にしたがって秒速8Kmで41、36年間飛び続け、現在も微弱であるが電波を送っている。これらは50億年後膨張した太陽に地球が飲み込まれていく姿をみるこかできる。

例題 ボイジャー1号が8Km/sの速度で36年間飛んだ地球からの現在の距離、そこから送られてくる電波の要する時間を計算せよ。(電波の速度30万Km/s)

飛行距離 = 速度 × 時間

速度 = 8Km/s、時間 = 36(年) × 365(日) × 24(時間) × 3600(秒)

$$= 3.6 \times 10^2 \times 3.65 \times 10^2 \times 2.4 \times 10^4 \times 3.6 \times 10^3$$

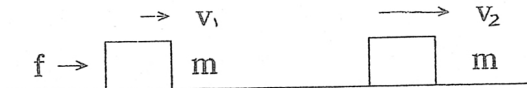
$$= 3.6 \times 3.65 \times 2.4 \times 3.6 \times 10^{27} = 113.5 \times 10^9 = 1.1 \times 10^{10} \text{ (秒)}$$

飛行距離 =  $8 \times 1.1 \times 10^{10} = 8.8 \times 10^{10}$  (Km) (冥王星までの距離は  $5.7 \times 10^9$  Km であるから今から14年前に太陽系を離脱していることになる。) ←自分で計算する

電波の要する時間 = 距離 / 速度 =  $8.8 \times 10^{10} / 3.0 \times 10^5 = 2.9 \times 10^4$  (s)

$$= 2.9 \times 10^4 / 3.6 \times 10^3 = 8.0 \text{ (時間)}$$

第2法則（運動の法則）



質量  $m$  の物体に力  $f$  を加えると加速度  $a$  を生じる。

その関係式は  $f = m a$

重力という力  $F = m g$ 、この力の原因は地球との万有引力である。

(  $f = m a$  ) である。

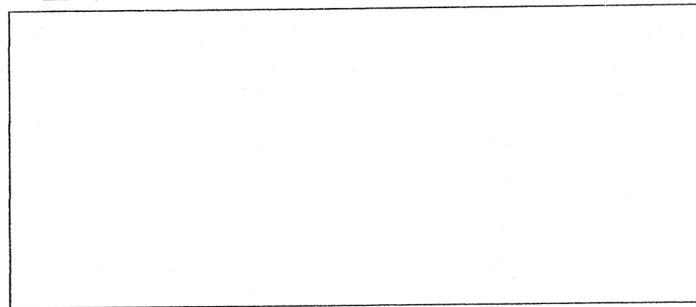
万有引力・・・質量の相乗積に比例し距離の二乗に反比例する。

$$F = K \cdot (M \times m / r^2)$$

$$M \text{ (地球の質量)} = 5.966 \times 10^{24} \text{ Kg}、r \text{ (地球の半径)} = 6.370 \times 10^6 \text{ m}、K \text{ (比例定数)}$$

$$= 6.670 \times 10^{-11} \text{ (m}^3 \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$$

演習2  $m g = K \cdot (M \times m / r^2)$  より  
重力の加速度  $g$  の数値を求めよ。



解答

式から  $m$  は消去できるから

$$g = 6.670 \times 10^{-11} \times 5.966 \times 10^{24} / (6.370 \times 10^6)^2$$

$$= 3.979 \times 10^4 / 40.58 \times 10^{12}$$

$$= 0.0980 \times 10^2 = 9.80 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$g$  の値

地球は扁平な楕円体であるから、赤道に近づくほど中心までの距離が大きくなり  $g$  は小さくなる。その意味で、南北両極で  $g$  は最大となる。

- 日本国内でも 札幌 9.804893
- 千葉 9.797898
- 宮崎 9.794421

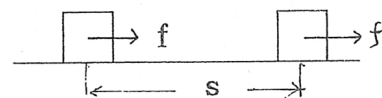
第3法則（作用、反作用の法則） 今回は省略

4. 仕事と力学的エネルギー

仕事の量

物体に力  $f$  を加えつづけて、物体を力の方向に  $s$  だけ移動させたとき、その仕事の量  $w$  は、 $f$  と  $s$  の積で表される。

$$w = f \cdot s$$



エネルギーの定義

エネルギーとは仕事をなす能力である。

エネルギーの種類 位置、運動、熱、電気、原子力、.....

力学的エネルギー保存の法則 抵抗のない重力場では位置エネルギーと運動エネルギーの総和は一定である。

$$m g h_1 + 1/2(m v_1^2) = m g h_2 + 1/2(m v_2^2)$$

重力  $m g$  に逆  
 $h$  らって物体を  
 $h$  まで持ち  
上げる

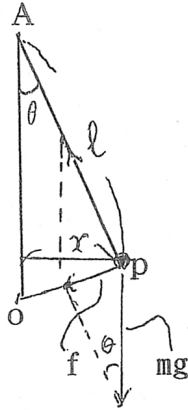
$$w = f \cdot s$$

$$m g \cdot h$$

5. 単振り子

単振り子の周期

$T = 2\pi\sqrt{l/g}$  を求める



糸 APが鉛直と $\theta$ のかたむきをしていると  
れば、おもり p に働く力は、糸の張力とお  
りに働く重力  $mg$  である。

この合力が p を固定点 A の真下の点 O へ戻  
ろうとする力  $f$  になる。

そして、 $f$  は AP に直角である。

ゆえに図から明らかのように

$f = -mg\sin\theta$  .....(1)

(-は $\theta$ の正方向と逆向きを示している)

角度  $\theta$  は rad(ラジアン) で表す。

p の変位  $x$  を O から円弧に沿って測るものとすれば  $x = l\theta$   $\therefore \theta = x/l$

(1)式は  $-f = mg\sin(x/l)$  ここで  $\theta$  が小さいとき  $\sin\theta \approx \theta$  である

$\therefore -f = mgx/l$  .....(2)

単振動の力の式 (説明略)

*\*別紙*

$f = -m\omega^2x$  .....(3)  $\omega$  は 円運動の角速度、周期を  $T$  とすれば  $\omega = 2\pi/T$   
(オメガ)

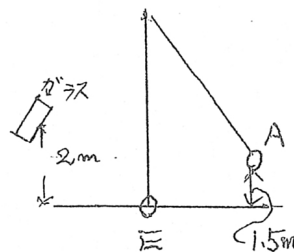
(2)式と(3)式は同じ式だから比較すると  $=g/l$  となる

$(2\pi/T)^2 = g/l$   $\therefore T = 2\pi\sqrt{l/g}$

解答

演習  
4

- 振り子の最初の位置を床上1.5mとしたとき最下点 E での速度は時速何キロか
- ガラスの高さが床上2.0mとしたときガラスを割るには初速度をいくら以上にしたらよいか



1. A 点の位置エネルギー

$E_p = mgh$

E 点の運動エネルギー

$E_k = 1/2mV^2$

$E_k = E_p = mgh = 1/2mV^2$

$\therefore V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 1.5}$

$= 5.42 \text{ (m/s)} = 5.42 \times 10^3$

$\times 3.6 \times 10^3 = 19.5 \text{ (km/h)}$

2. 必要な位置エネルギー

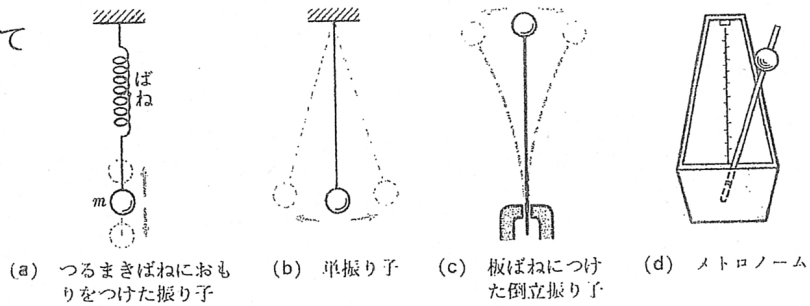
$mg(2.0 - 1.5)$

加える運動エネルギー

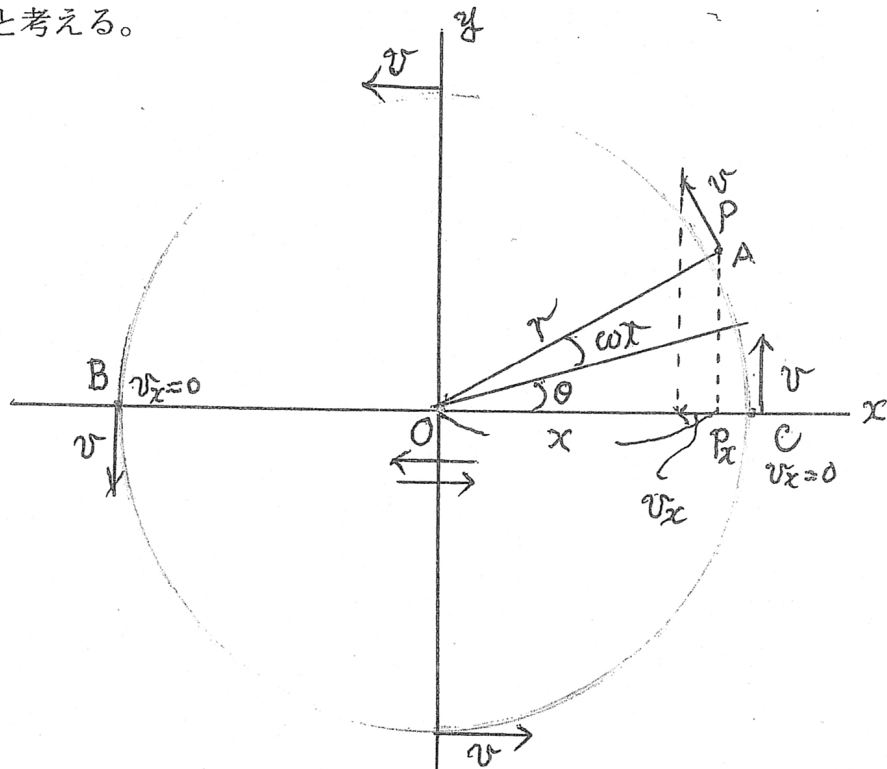
$1/2mV$

$\therefore V = 2g(2.0 - 1.5) = 9.8 = 3.1 \text{ (m/s)}$

単振動について



等速円運動をしている P (A点) の動きを真上 (又は真下) からその動きを見ると P の射影 P<sub>x</sub> は x 線上を左右に往復運動をする。P<sub>x</sub> は左に動き O 点で左向きに最大の速度 (v) となり、次第に速度を減じて B 点で 0 となる。そして、今度は右向きに動きだす。この往復運動を単振動という。単振り子も (振り幅小のとき) 単振動の一種であると考えられる。



P<sub>x</sub> の運動 (単振動) の速度、加速度を求める。

P<sub>x</sub> の x 座標は  $x = r \cos(\omega t + \theta)$ ,  $\omega$  は角速度 (rad/s)

x を t で微分する (速度 v<sub>x</sub>)

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -r\omega \sin(\omega t + \theta)$$

これを更に t で微分する (加速度 a<sub>x</sub>)

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -r\omega^2 \cos(\omega t + \theta)$$

ここで  $\cos(\omega t + \theta)$  の部分は

$r \cos(\omega t + \theta) = x$  である。  $\therefore a_x = -\omega^2 x$   
 P<sub>x</sub> に加わる力 F は  $F = ma_x = -m\omega^2 x$  これが単振動の力の式である。

この式と単振り子の力の式 (2)  $F = m \frac{g}{l} x$  は同じ式であるから

$$-m\omega^2 x = -m \frac{g}{l} x \quad \omega^2 = \frac{g}{l}, \quad \text{周期 } T_{(s)} \text{ とすると } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/s) から}$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ となる。}$$